Annexe 2 – Le modèle électrique de la fibre nerveuse

Cette annexe a comme objectif d'expliquer, dans les grandes lignes, le fonctionnement de base d'une fibre nerveuse afin de pouvoir au mieux la modéliser par des composants électriques simples.

Dans le corps humain, la transmission d'une information au sein d'une fibre nerveuse correspond à la propagation le long de la fibre de différences de potentiel appelées des potentiels d'action. La propagation d'un potentiel d'action est basée sur des propriétés membranaires dites « passives » ainsi que sur des composants actifs (ou propriétés membranaires « actives »). Ces derniers ne seront pas étudiés ici. Nous nous contenterons de modéliser les propriétés passives de la membrane d'une fibre nerveuse à l'aide de circuits *RC*.

1 Description et fonctionnement

La fibre nerveuse, ou axone, est une excroissance linéaire de la cellule nerveuse qui transmet les impulsions électriques dans le système nerveux.

1.1 Résistivité de la fibre nerveuse

Considérons un axone de section cylindrique (figure 56.A3). Comme tout conducteur, l'axone possède sa propre **résistance**, R_l, au courant électrique qui la traverse. De plus, une partie du courant peut passer à travers la membrane. Cette dernière possède donc une résistance que nous noterons R_f, appelée **la résistance de fuite**.

1.2 Pompe sodium - potassium

Intéressons-nous maintenant à la membrane qui est l'enveloppe séparant l'intérieur de la fibre nerveuse de l'extérieur (figure 56.A4). Trois types d'ions sont majoritaires : Na^+, K^+ et Cl^-. Ils sont distribués de la façon suivante. Les ions Na^+ et Cl^- sont majoritaires à l'extérieur de la fibre nerveuse tandis que les ions K^+ sont majoritaires à l'intérieur.

Imaginons que des canaux s'ouvrent (figure 56.A5), permettant le passage d'ions K^+ à travers la membrane [1]. Il s'agit d'un phénomène de diffusion. L'ion diffuse vers l'extérieur où la

---

[1] Un peu de Na^+ arrive à pénétrer à l'intérieur de la fibre nerveuse mais la membrane est de l'ordre de cent fois plus perméable aux ions K^+.

concentration est plus faible mais il est repoussé par les ions positifs de l'extérieur et attiré par les ions négatifs peuplant l'intérieur de la fibre nerveuse. La différence de potentiel électrique (quelques dizaines de millivolts) qui se forme arrête la diffusion. Etant donné l'accumulation de charges positives à l'extérieur de la membrane et, inversement, l'accumulation de charges négatives à l'intérieur, nous pouvons considérer la membrane comme un **condensateur** de capacité C_m (capacité de la membrane**)**.

2 Modélisation électrique

La différence de potentiel qui apparaît suite à un passage d'ions est appelée potentiel d'action. Celui-ci est modélisé dans la figure 56.A6 par une impulsion de tension V_0 qui donne lieu à un courant i.

La membrane qui accumule des charges de part et d'autre se comporte comme un condensateur C_m.

La résistance électrique de l'axone est notée R_l ; la résistance (de fuite) de la membrane est notée R_f.

Ce modèle électrique permet, par exemple, de calculer le potentiel qui s'établit aux bornes de C_m (voir annexe 1). L'axone étant constitué de plusieurs cellules placées l'une derrière l'autre, il est logique de modéliser les composantes dites passives de la fibre nerveuse par plusieurs circuits électriques élémentaires raccordés entre eux comme indiqué à la figure 56.11.

3 Quelques ordres de grandeur

Nous allons calculer les résistances R_l et R_f et la capacité C d'une fibre de 1 mm de longueur en nous basant sur les données du tableau 1.

ρ_a, la résistivité de l'axoplasme, le liquide se trouvant à l'intérieur de l'axone	$1\ \Omega$ m
r, le rayon de l'axone	$3\ 10^{-6}$ m
R_m, la résistance spécifique de la membrane	$10^{-1}\ \Omega\ m^2$
C_m, la capacité spécifique de la membrane	10^{-2} F m^{-2}

Tableau 1

3.1 Résistance de l'axone

Si on considère que l'axone est un cylindre de longueur L et de section S, sa résistance vaut

$$R_l = \rho_a L/S = \rho_a L/(\pi r^2) = 10^{-3}/(\pi\,(3 \times 10^{-6})^2) = 4\;10^7\;\Omega$$

3.2 Résistance de fuite de la membrane

Pour le calcul de la résistance de la membrane, la surface à considérer est la surface latérale du cylindre, $S_{cylindre} = 2\pi rL$. La résistance R_f vaut donc

$$R_f = R_m/S_{cylindre} = R_m/(2\pi rL) = 10^{-1}/(2\pi \times 3 \times 10^{-6} \times 10^{-3}) = 5\;10^6\;\Omega$$

Remarquons que $R_f < R_l$ et donc que le courant de fuite est important.

3.3 Capacité de la membrane

$$C = C_m S_{cylindre} = 2\pi rLC_m = 2\pi \times 3 \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times 10^{-2} = 10^{-10}\;\mathrm{F}$$

4 Exploitation du modèle

4.1 Transmission de la différence de potentiel le long de la fibre

Dans un circuit tel que celui de la figure 56.A6, la résistance de fuite a pour conséquence de créer un diviseur de tension qui limite la tension aux bornes de C. L'évolution en fonction du temps de la tension aux bornes de la capacité est démontrée dans l'annexe 1. Elle vaut

$$V(t) = k\,V_0\,\{1- \exp(-t/kR_lC)\} \quad \text{avec} \quad k = R_f/(R_f+R_l)$$

k est le coefficient d'atténuation du diviseur formé par les résistances R_l et R_f . Pour les valeurs numériques données dans le tableau 1,

$$k= R_f/(R_f+R_l) = 5\;10^6/(5\;10^6 + 4\;10^7) = 0.1$$

Si une tension V_0 est créée à un endroit de la fibre, la tension qui s'établira à un millimètre de cet endroit ne dépassera donc jamais $0.1V_0$.

4.2 Vitesse de transmission de la différence de potentiel

On peut aussi calculer le temps nécessaire pour que la tension aux bornes de C passe de 0 à $kV_0/2$. Ce temps se note $T_{1/2}$ et vaut $kR_lC\ln 2$ (voir annexe 1). A partir des valeurs numériques du tableau 1,

$$T_{1/2} = \frac{R_f}{R_l + R_f} R_l C \ln 2 = \frac{5\times10^6 \times 4\times10^7}{4\times10^7 + 5\times10^6} 10^{-10} \ln 2 = \frac{20\times10^3}{45\times10^6} 10^{-3} \ln 2 = 0.3\times10^{-3}\, s$$

Ce calcul est réalisé pour une fibre de 1 mm. Il faut donc 0.3 ms pour que la différence de potentiel se propage sur 1 mm de fibre, ce qui correspond à une vitesse de 3 m/s.

4.3 Importance de la myéline

Certaines fibres nerveuses possèdent une gaine de myéline qui est composée par des bicouches membranaires enroulées autour de l'axone et qui proviennent de cellules servant de support aux cellules nerveuses (cellules de Schwann). La gaine de myéline augmente l'épaisseur de la membrane de l'axone. Elle contribue donc à une augmentation de R_m et donc de R_f et à une diminution de la capacité de la membrane [2].

a. Augmentation de R_f

Si R_m et R_f augmentent, k augmente également car $k = \frac{R_f}{R_l + R_f} = \frac{1}{1 + R_l / R_f}$. La tension est donc moins atténuée lors de sa propagation. On peut calculer une longueur caractéristique λ de l'axone, pour laquelle la résistance de l'axoplasme et la résistance de fuite sont égales ($R_l = R_f$). Sur cette longueur, le potentiel a diminué de moitié puisque $V(t)$ tend vers $k V_0 = V_0/2$.

On sait que (paragraphe 3) $R_l = \rho_a\lambda/(\pi r^2)$ et $R_f = R_m/(2\pi r\lambda)$. Donc,

$$\rho_a\lambda/(\pi r^2) = R_m/(2\pi r\lambda) \quad \text{et} \quad \lambda = \sqrt{\frac{R_m r}{2\rho_a}}$$

Pour les valeurs du tableau 1 (axone non myélinisé), $\lambda = \sqrt{\frac{10^{-1}\times3\times10^{-6}}{2}} = 4\times10^{-4}\, m$

---

[2] On sait en effet que la capacité d'un condensateur cylindrique vaut $\varepsilon_0 S/d$ où d est la distance entre les armatures du condensateur.

On constate que λ augmente si R_m augmente (axone myélinisé). Cela signifie que le potentiel diminue de moitié sur une plus grande longueur de fibre.

b. Augmentation de R_f et diminution de C

Soient

d, l'épaisseur de la membrane

$R_f = ad$ (a est une constante)

$C = a'/d$ (a' est une constante)

$$T_{1/2} = \frac{R_l}{R_l/R_f + 1} C \ln 2$$

On calcule le rapport $T_{1/2(1)}/T_{1/2(2)}$ pour deux fibres de membranes d'épaisseurs d_1 et d_2 :

$$\frac{T_{1/2(2)}}{T_{1/2(1)}} = \frac{\dfrac{R_l}{R_l/R_{f2}+1} C_2 \ln 2}{\dfrac{R_l}{R_l/R_{f1}+1} C_1 \ln 2} = \frac{\dfrac{C_2}{R_l/R_{f2}+1}}{\dfrac{C_1}{R_l/R_{f1}+1}} = \frac{\dfrac{a'}{d_2\left(R_l/(ad_2)+1\right)}}{\dfrac{a'}{d_1\left(R_l/(ad_1)+1\right)}} = \frac{d_1}{d_2} \frac{\dfrac{1}{\left(R_l + ad_2\right)/(ad_2)}}{\dfrac{1}{\left(R_l + ad_1\right)/(ad_1)}} = \frac{R_l + ad_1}{R_l + ad_2}$$

Si $d_2 > d_1$, $T_{1/2(2)} < T_{1/2(1)}$.

On constate que si l'épaisseur de la membrane augmente, le temps de demi-vie diminue. La différence de potentiel se propage donc à une vitesse plus élevée.

4.4 Importance du rayon de l'axone

Si le rayon de l'axone augmente, les résistances R_f ($R_f = R_m/(2\pi r\lambda)$) et R_l ($R_l = \rho_a\lambda/(\pi r^2)$) diminuent. Le temps de demi-vie qui est proportionnel à $\left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_l}\right)^{-1}$ diminue également.

4.5 Conclusion

On constate qu'un modèle électrique simple permet de modéliser la propagation de différences de potentiel le long des fibres nerveuses. On comprend comment des modifications des propriétés membranaires passives peuvent expliquer des variations de vitesse de propagation du potentiel d'action le long d'un axone.