Dynamique et stabilité des satellites irréguliers de Jupiter

Julien Frouard

FUNDP

February 21, 2011

olution orbitale à long terme des satellites 000 000 Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Contexte et objectifs

- Étude de la dynamique des satellites irréguliers de Jupiter
- Plusieurs questions :
 - Stabilité à long terme des orbites des satellites
 - Répartition en éléments orbitaux
 - Évolutions dans des résonances et phénomènes chaotiques
- Moyens utilisés :
 - 1. Simulations numériques à long terme
 - 2. Cartes de stabilité
 - 3. Modèles analytiques pour l'étude de perturbations précises

Présentation et caractéristiques des satellites irréguliers de Jupiter

| Présentation | des | satellites |
|--------------|-----|------------|
| 00000 | | |
| 000 | | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

Le système jovien



Figure: Jupiter (crédit images : NASA)

 Les satellites internes (*Metis, Adrastea, Amalthea, Thebe*).
 Périodes : 7 – 16 heures.



• Les satellites Galiléens (*Io, Europe, Ganymede, Callisto*). Périodes : 1,7 – 17 jours.



| Présentation des satellites |
|-----------------------------|
| 00000 |
| 000 |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Le système jovien

- Les satellites irréguliers (périodes : 0, 6 2, 1 années) :
 - 6 satellites progrades
 - 47 satellites rétrogrades



Figure: *Himalia* par les sondes spatiales Cassini et New Horizons



Figure: *Phoebe* : satellite irrégulier de Saturne

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspectives |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|-----------------------------|
| 0000 000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 | 000 |

Présentation et caractéristiques des satellites irréguliers de Jupiter

- 53 petits objets : diamètres allant de 1 à 150 km
- "Irréguliers" : demi-grands axes, excentricités et inclinaisons élevés
 - définition : précession du noeud de l'orbite du satellite contrôlée par le Soleil et non par l'aplatissement de Jupiter (Burns, 1986)
- Fortement perturbés par le Soleil : variations importantes des éléments orbitaux



Figure: Évolution de Carme (satellite rétrograde, $\langle a \rangle = 0.155$ UA) en excentricité et inclinaison sur un siècle

| ntation des satellites Évol | lution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Co |
|-----------------------------|---|----------------------------|------------------|----|
| 00 00 00 00 | | 0000000000 000 00000 | 0000 | 00 |

Conclusions et perspectives 000

Répartition des satellites irréguliers de Jupiter

Plusieurs groupes de satellites :

Prése

- Claire asymétrie entre satellites progrades et rétrogrades
- Trois familles (*Ananke, Carme* et *Pasiphae*) pour le groupe rétrograde (Nesvorný *et al.* 2003 ; Beaugé & Nesvorný 2007)



Figure: Répartition des satellites en demi-grands axes, excentricité et inclinaison moyennés sur 100 millions d'années.

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspectiv |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|---------------------------|
| 0000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 | 000 |

Répartitions des satellites irréguliers des planètes géantes



Figure: Répartitions des satellites en demi-grand axe et inclinaison. Les barres d'erreurs représentent l'excentricité des satellites (Nesvorný *et al.* 2003).

| Présentation des satellites | |
|-----------------------------|--|
| 00000 | |
| 000 | |
| | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Études dynamiques précédentes

- Modèles analytiques difficiles à obtenir (Ćuk & Burns 2004 ; Beaugé *et al.* 2006)
- $\bullet \ \rightarrow$ détermination des fréquences fondamentales séculaires des satellites :
 - g : fréquence de précession de la longitude du péricentre arpi
 - s : fréquence de précession de la longitude du noeud Ω
- \rightarrow localisation des résonances importantes (Beaugé & Nesvorný 2007)
- Études numériques pour le problème de trois corps (Hinse *et al.* 2010) ou pour un nombre limité de satellites (Yokoyama *et al.* 2003 ; Nesvorný *et al.* 2003)
- $\bullet \ \rightarrow \ d\acute{e}termination \ des \ zones \ stables \ et \ chaotiques$

| résentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire |
|----------------------------|--|----------------------------|------------------|
| 0000 •0 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 |

Ρ

Conclusions et perspectives

Études dynamiques précédentes



| Présentation | des | satellites |
|--------------|-----|------------|
| 00000 | | |
| 000 | | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Origine des satellites

- Capture des satellites par Jupiter
- Quel(s) mécanisme(s) et quelles échelles de temps?
- Nécessité d'un phénomène dissipatif :
 - frottement causé par un milieu résistif (gaz et/ou poussières) (Pollack et al. 1979)
 - agrandissement de la Sphère de Hill de Jupiter grâce à une variation de masse de Jupiter (Heppenheimer & Porco 1977)
 - capture d'une composante d'un astéroïde binaire par Jupiter (Vokrouhlický et al. 2008)
 - modèle de Nice : rencontres proches entre planètes géantes et collisions entre satellites et planétésimaux du disque primordial (Bottke et al. 2010)

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspecti |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|--------------------------|
| 00000 | •000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 000 | 000 |

Intégrations numériques à long terme des satellites naturels Outils numériques

- Construction d'un intégrateur symplectique SABA₄ (Laskar & Robutel 2001) pour les simulations numériques des satellites et des planètes
- Comparaison et utilisation d'un indicateur de chaos : le MEGNO (Cincotta & Simó 2000)
- Détermination des fréquences séculaires fondamentales des satellites grâce à un filtrage numérique (Kaiser & Reed 1977) et par analyse en fréquence (Laskar 2003)



Figure: Évolution du MEGNO pour 2003J16 sur 1 million d'années.



Figure: Excentricité osculatrice et filtrée de *Pasithee* sur 50.000 ans

| tion des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité |
|---------------------|--|---------------------|
|) | 0000 | 0000000000 |
| | | 000 |
| | 000 | 00000 |

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Indicateur de chaos

- Méthodes spectrales : analyse en fréquences, nombre spectral, 0-1 test,...
- Méthodes basées sur l'évolution de N vecteurs tangents δ_i : FLI, MEGNO, GALI,...
 - $\bullet \to$ "court terme" : cartes de stabilité et comparaison d'orbites stables/chaotiques
 - \rightarrow long terme : détermination d'exposants de Lyapunov
- 4 orbites du problème de 3 corps restreint (plan et circulaire) :



$$\begin{split} Y(t) &= \frac{2}{t} \int_0^t \frac{\|\dot{\delta}(t')\|}{\|\delta(t')\|} t' dt' \\ \overline{Y}(t) &= \frac{1}{t} \int_0^t Y(t') dt' \end{split}$$

$$GALI_k = \sqrt{det(A.A^T)}$$



Figure: FLI





Figure: GALI₃

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspectives |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|-----------------------------|
| 00000 000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 | 000 |

Indicateur de chaos

- Dépendance de l'évolution de la norme du vecteur tangent avec les variables initiales pour des orbites stables (Guzzo et al. 2002)
- Pour un hamiltonien $H = H_0(I) + \varepsilon H_1(I, \phi)$:

$$\|\delta(t)\| = \left\|\frac{\partial^2 H_0}{\partial^2 I}(I(0))\delta_I(0)\right\| t + O(\varepsilon^{\alpha}t) + O(1)$$
(1)

avec $\alpha > 0$.

 Problème de 3 corps restreint (plan et circulaire) : a = [0.168 : 0.17] UA. Temps d'intégration : 10.000 ans.









megno-sbab2-0.3-0.4-0.1-0.2-2000t-0.2tau-0.01eps.txt u 1:2:7 • • •



| Présentation | des | satellites |
|--------------|-----|------------|
| 00000 | | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Résonances principales

La résonance de Lidov-Kozaï ($g=s
ightarrow\dot{\omega}=0$)

- Grandes excentricités et inclinaisons
- Argument du péricentre du satellite ω en libration
- Satellites connus :
 - Carpo, Euporie en libration : $\omega \sim 90^o$
 - Themisto proche de la résonance
- 2003J18 alterne entre circulation et libration (±90°). Satellite le plus chaotique mais possédant une faible diffusion chaotique.



Figure: Coordonnées polaires (e, ω) de *Carpo* et *Themisto*.

| Présentation | des | satellites | |
|--------------|-----|------------|--|
| 00000 | | | |

Évolution orbitale à long terme des satellites ••••• ••••• •••• Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Résonances principales La résonance ν_{\odot} ($g = g_{\odot}$)

- Péricentre du satellite et du Soleil : angle résonant : $\phi_{
 m r}=arpi-arpi_{\odot}$
- Satellites connus : Pasiphae, Sinope : libration autour de 0°
- Longues périodes de libration (\sim 10 millions d'années) pour Cyllene, Helike et Hegemone : libration autour de 0°
- Libration courtes et occasionelles pour Autonoe, Sponde, Orthosie et 2003J10 : libration autour de 180°



Figure: Angle résonant de Helike sur 100 millions d'années

| Présentation | des | satellites |
|--------------|-----|------------|
| 00000 | | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Résonances principales

La résonance d'évection ($g=n_{\odot}$)

- Péricentre du satellite et longitude du Soleil, angle résonant : $\phi_r = \varpi \lambda_{\odot}$
 - Développement d'un modèle analytique pour étudier la résonance suivant Yokoyama *et al.* (2008)



Figure: 2° polynôme de Legendre (Yokoyama *et al.* 2008)



Figure: 2° et 3° polynômes de Legendre

| es satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité |
|---------------|--|---------------------|
| | 0000 | 0000000000 |
| | 0000 | 000 |
| | 000 | 00000 |

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Résonances principales

La résonance d'évection ($g=n_{\odot}$)

 Décalage du modèle analytique par rapport aux intégrations numériques : utilisation d'une méthode numérique (surfaces de section) pour localiser la résonance avec précision



Figure: Position de la résonance (prograde) déterminée par des surfaces de section et par le modèle analytique.

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | (|
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|---|
| 00000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 | 0 |

Conclusions et perspectives 000

Diffusion chaotique des éléments orbitaux

- 50 satellites irréguliers sur 53 possèdent des orbites chaotiques
- Diffusion : informations sur l'évolution macroscopique des satellites
- Moyennisation des éléments orbitaux x = [a, e, i] par des fenêtres glissantes de 10 millions d'années : $\langle x(t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\substack{t'=t+5Myr \\ t'=t-5Myr}}^{t'=t+5Myr} x(t')$



Figure: Excentricité osculatrice et propre de Sinope sur 100 millions d'années

| Présentation | des | satellites | |
|--------------|-----|------------|--|
| 00000 | | | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculair 0000 000 Conclusions et perspectives

- familles *Ananke* et *Carme* peu diffusives
- forte diffusion de la famille Pasiphae et des satellites les plus éloignés
- cas particulier de Helike : librations dans les résonances n ≃ 7n_☉ et g = g_☉.



| Présentation | des | satellites |
|--------------|-----|------------|
| 00000 | | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

Évolution orbitale à long terme des satellites $$_{R\acute{e}sum\acute{e}}$$

- Construction d'un modèle analytique et étude numérique de la résonance d'évection ($g = n_{\odot}$) : meilleure approximation de la dynamique de la résonance
- Satellites supplémentaires trouvés dans les résonances séculaires de Lidov-Kozaï (g = s) et ν_{\odot} ($g = g_{\odot}$).
- La majorité des orbites des satellites (50 sur 53) sont chaotiques sur 100 millions d'années
- Familles Ananke et Carme peu diffusives en comparaison de la famille Pasiphae et des satellites les plus éloignés

volution orbitale à long terme des satellites 000 000 00 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

Cartes de stabilité de la région des satellites

- Intégrations numériques de satellites fictifs à partir d'une grille de conditions initiales (demi-grand axe, excentricité, inclinaison) sur 100.000 ans
- Plusieurs modèles dynamiques utilisés
- \rightarrow dynamique globale de la région des satellites
- $\bullet \rightarrow \mathsf{cartes} \ \mathsf{d\acute{e}taill\acute{e}es} \ \mathsf{des} \ \mathsf{familles} \ \mathsf{des} \ \mathsf{satellites} \ \mathsf{et} \ \mathsf{du} \ \mathsf{groupe} \ \mathsf{prograde}$

| ation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | P |
|----------------------|--|---------------------|---|
| 0 | 0000 | 000000000 | 0 |
| | 000 | 00000 | |

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

Plusieurs modèles dynamiques

 But : observer l'apparition de résonances et de zones chaotiques en fonction de la complexité du modèle



| ésentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites |
|---------------------------|--|
| 0000 | 0000 |
| 00 | 0000 |

 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

Plusieurs modèles dynamiques

• But : observer l'apparition de résonances et de zones chaotiques en fonction de la complexité du modèle



Figure: Modèle 1 : Soleil + Jupiter (orbite fixe) + satellite

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspective |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|----------------------------|
| 00000 000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 | 000 |

Modèle 1 : Soleil + Jupiter (orbite fixe) + satellite ($i_0 = 150^{\circ}$)



| tion des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité |
|---------------------|--|---------------------|
|) | 0000 | 0000000000 |
| | 000 | 00000 |

Plusieurs modèles dynamiques

• But : observer l'apparition de résonances et de zones chaotiques en fonction de la complexité du modèle



quasi-périodique) + satellite



volution orbitale à long terme des satellites 000 000 00 Cartes de stabilité 00000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

La Grande Inégalité entre Jupiter et Saturne

- Inégalité entre les moyens mouvements de Jupiter n₅ et Saturne n₆
- Fréquence de la Grande Inégalité $u_{Gl} = 2n_5 5n_6 \rightarrow$ période de 883 ans
- Grande importance dans la dynamique d'objets variés du Système Solaire :
 - convergence des théories séculaires des planètes (Bretagnon 1982)
 - chaoticité des orbites d'astéroïdes dans la résonance de moyen mouvement 2:1 de la ceinture principale (Ferraz-Mello *et al.* 1998)
 - instabilité dans la résonance de Lidov-Kozaï pour les satellite irréguliers (Carruba *et al.* 2004)
 - instabilité dans la zone des satellites irréguliers progrades de Saturne (Ćuk & Gladman 2006)
 - diffusion chaotique des astéroïdes Troyens (Robutel & Gabern 2006)

| sentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité |
|--------------------------|--|-----------------------------------|
| 0000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 |

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Plusieurs modèles dynamiques

 But : observer l'apparition de résonances et de zones chaotiques en fonction de la complexité du modèle



Figure: Modèle 3 : Soleil + 4 planètes géantes + satellite

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspecti |
|-----------------------------|--|------------------------------------|------------------|--------------------------|
| 00000 | 0000 0000 000 | 00000000000 000 00000 | 0000 | 000 |

Modèle 3 : Soleil + 4 planètes géantes + satellite ($i_0 = 150^{\circ}$)



| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspectiv |
|-----------------------------|--|---------------------------|------------------|---------------------------|
| 00000 | 0000 0000 000 | 000000000 000 00000 | 0000 | 000 |

Modèle 3 : Soleil + 4 planètes géantes + satellite ($e_0 = 0, 2$)



| tation des satellites | Évolution | orbitale | à | long | terme | des | satelli |
|-----------------------|-----------|----------|---|------|-------|-----|---------|
| 0 | 0000 | | | | | | |
| | 0000 | | | | | | |
| | | | | | | | |

Cartes de stabilité 000000000 000 000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Soleil + 4 planètes géantes + satellite ($i_0 = 160^\circ$)

Variation de l'inclinaison initiale



| Présentation | des | satellites | |
|--------------|-----|------------|--|
| 00000 | | | |

Cartes de stabilité

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

Soleil + 4 planètes géantes + satellite ($i_0 = 140^\circ$)

Variation de l'inclinaison initiale



| résentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculai |
|----------------------------|--|---------------------------|----------------|
| 00000 | 0000 0000 000 | 000000000 000 00000 | 0000 |

séculaire Conclusi 000

Conclusions et perspectives

Variation de l'inclinaison initiale Résumé

- Cartes de stabilité pour $i_0 = 160^\circ, 150^\circ, 140^\circ$
- Très bon accord concernant l'évolution de la résonance $\nu_{\odot}(g g_{\odot})$ avec l'inclinaison avec la modélisation analytique de Beaugé & Nesvorný (2007)



Figure: $i_0 = 160^{\circ}$

Figure: $i_0 = 150^{\circ}$

Figure: $i_0 = 140^{\circ}$

| des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité |
|----------------|--|---------------------|
| | | 0000000000 |
| | 0000 | 000 |
| | 000 | 0000 |

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

Carte de stabilité locale - Famille Ananke

- Inclinaison moyenne $\langle i \rangle = 148^o$
- Famille située sur la résonance de moyen mouvement 7:1 et au croisement des résonances séculaires $g + 2\nu_{GI}$ et $s + 8\nu_{GI}$



| Présentation | des | satellites | Évo |
|--------------|-----|------------|-----|
| 00000 | | | 00 |
| | | | |

Cartes de stabilité

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Carte de stabilité locale - Famille Carme

- Inclinaison moyenne $\langle i
 angle = 164^o$
- Famille située entre les résonances de moyen mouvements 6:1 et 17:3 et au croisement des résonances séculaires g - ν_{Gl} et s + 10ν_{Gl}



| Présentation | des | satellites | |
|--------------|-----|------------|--|
| 00000 | | | |

Cartes de stabilité

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

Carte de stabilité locale - Famille Pasiphae

- Inclinaison moyenne $\langle i \rangle = 148^o$
- Famille située entre les résonances de moyen mouvements 6:1 et 23:4 et proche de la région dynamique où g = 0



| des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité |
|----------------|--|---------------------|
| | 0000 | 0000000000 |
| | 0000 | 00000 |

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives 000

Carte de stabilité locale - Groupe prograde

- Inclinaison moyenne $\langle i \rangle = 28^{\circ}$
- Groupe proche des résonances séculaires g + s, 2g + 3s et $g s + 7\nu_{GI}$



volution orbitale à long terme des satellites 000 000 00 Cartes de stabilité

Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives

Résultats des intégrations numériques

- Confirmation des résultats obtenus par les modèles analytiques (Ćuk & Burns 2004 ; Beaugé *et al.* 2006)
- Confirmation par les cartes de stabilité des différentes diffusions chaotiques observées : les régions dynamiques des familles *Ananke* et *Carme* sont peu chaotiques, au contraire de celle de la famille *Pasiphae*
- Dynamique de la région globale des satellite déterminée par les résonances de moyen mouvement avec le Soleil (ex : $n = 6n_{\odot}$) et par la résonance séculaire ν_{\odot} ($g = g_{\odot}$)
- Présence de commensurabilitées impliquant la Grande Inégalité dans ou très proche des familles rétrogrades *Ananke*, *Carme* et *Pasiphae*, comme du groupe prograde

Développement analytique des perturbations planétaires directes

| Présentation | des | satellites |
|--------------|-----|------------|
| 00000 | | |
| 000 | | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire

Conclusions et perspectives 000

Contexte



Figure: Mouvements jovicentriques du Soleil et de Saturne en coordonnées cartésiennes

- Quelle est l'influence de Saturne sur le mouvement du satellite?
- Représentation analytique des perturbations des planètes géantes (excepté Jupiter) sur le mouvement du satellite
- Problème : le mouvement orbital des planètes dans le repère jovicentrique ne peut être représenté par des éléments osculateurs elliptiques
- → Exprimer la distance satellite -Saturne grâce au Soleil afin d'exprimer les éléments orbitaux de Saturne

| Présentation | des | satellites |
|--------------|-----|------------|
| 00000 | | |
| 000 | | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire

Conclusions et perspectives 000

Contexte



Figure: Mouvements jovicentriques du Soleil et de Saturne en coordonnées cartésiennes

- Quelle est l'influence de Saturne sur le mouvement du satellite?
- Représentation analytique des perturbations des planètes géantes (excepté Jupiter) sur le mouvement du satellite
- Problème : le mouvement orbital des planètes dans le repère jovicentrique ne peut être représenté par des éléments osculateurs elliptiques
- → Exprimer la distance satellite -Saturne grâce au Soleil afin d'exprimer les éléments orbitaux de Saturne

| Présentation | des | satellites |
|--------------|-----|------------|
| 00000 | | |
| 000 | | |

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire

Conclusions et perspectives 000

Développement de la fonction perturbatrice



 Développement de la fonction perturbatrice due à Saturne en polynôme de Legendre :

$$\begin{array}{rcl} R_2 & = & \frac{GM_2}{r'} (\frac{r}{r'})^2 P_2(\cos \phi) \\ & = & -\frac{GM_2}{2r'^3} (\frac{r}{a})^2 a^2 + \frac{3GM_2}{2r'^3} (\frac{r}{a})^2 a^2 \cos^2(\phi) \end{array}$$

• Avec
$$\cos^2 \phi = \left(\frac{x}{r}\frac{x'}{r'} + \frac{y}{r}\frac{y'}{r'}\right)^2$$
 et

$$\overrightarrow{r}' = \begin{vmatrix} \mathbf{x}' &= \\ \mathbf{y}' \\ \mathbf{z}' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_2 \cos(\lambda_2) - a_1 \cos(\lambda_1) \\ a_2 \sin(\lambda_2) - a_1 \sin(\lambda_1) \\ \mathbf{0} \end{vmatrix}$$

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspective |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|----------------------------|
| 00000 000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 | 000 |

Développement en anomalie moyenne M

• Introduction des coefficients de Hansen $X_m^{p,q}(e)$ et développement de $\frac{1}{r'}$ en coefficients de Laplace $b_s^{(j)}(\alpha)$, avec $\alpha = \frac{a_1}{a_2}$:

| | Coefficient | | Argument of the cosine | | | | |
|--|--|--|------------------------|-------------|-------------|---|----|
| | | | М | λ_2 | λ_1 | ω | Ω |
| $R_2 = GM_2 \sum_{j=\infty}^{\infty} \sum_{m=\infty}^{\infty}$ | $-\frac{1}{4}\frac{a^2}{a_2^3}b_{3/2}^{(j)}X_m^{2,0}$ | | m | j | -j | 0 | 0 |
| | $\frac{3}{4} \frac{a^2}{a_5^2} b_{5/2}^{(j)} X_m^{2,2}$ | $\frac{1}{4}(a_2^2 + a_1^2)(1 - \cos^2 i)$ | m | j | -j | 2 | 0 |
| | - | $\frac{1}{4}a_2a_1(-1-2\cos i - \cos^2 i)$ | m | j-1 | -j-1 | 2 | 2 |
| | | $\frac{1}{4}a_2a_1(-1+\cos^2 i)$ | m | j-1 | -j+1 | 2 | 0 |
| | | $\frac{1}{8}a_2^2(1+2\cos i+\cos^2 i)$ | m | j-2 | -j | 2 | 2 |
| | | $\frac{1}{8}a_1^2(1+2\cos i+\cos^2 i)$ | m | j | -j-2 | 2 | 2 |
| | | $\frac{1}{8}a_2^2(1-2\cos i+\cos^2 i)$ | m | j+2 | -j | 2 | -2 |
| | | $\frac{1}{4}a_2a_1(-1+\cos^2 i)$ | m | j+1 | -j-1 | 2 | 0 |
| | | $\frac{1}{4}a_2a_1(-1+2\cos i - \cos^2 i)$ | m | j+1 | -j+1 | 2 | -2 |
| | | $\frac{1}{8}a_1^2(1-2\cos i+\cos^2 i)$ | m | j | -j+2 | 2 | -2 |
| | $\frac{3}{8} \frac{a^2}{a^5_2} b^{(j)}_{5/2} \chi^{2,0}_m$ | $\frac{1}{2}(a_2a_1)(-1-\cos^2 i)$ | m | j-1 | -j+1 | 0 | 0 |
| | - | $\frac{1}{2}(a_2a_1)(-1+\cos^2 i)$ | m | j-1 | -j-1 | 0 | 2 |
| | | $\frac{1}{4}a_2^2(1 - \cos^2 i)$ | m | j-2 | -j | 0 | 2 |
| | | $\frac{1}{4}a_1^2(1 - \cos^2 i)$ | m | j | -j-2 | 0 | 2 |
| | | $\frac{1}{2}(a_2a_1)(-1-\cos^2 i)$ | m | j+1 | -j-1 | 0 | 0 |
| | | $\frac{1}{2}(a_2a_1)(-1+\cos^2 i)$ | m | j+1 | -j+1 | 0 | -2 |
| | | $\frac{1}{4}a_2^2(1 - \cos^2 i)$ | m | j+2 | -j | 0 | -2 |
| | | $\frac{1}{4}a_1^2(1 - \cos^2 i)$ | m | j | -j+2 | 0 | -2 |
| | | $\frac{1}{2}(a_2^2 + a_1^2)(\cos^2 i)$ | m | j | -j | 0 | 0 |

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspectives |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|-----------------------------|
| 00000 000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 000 | 000 |

Moyennisation sur les longitudes moyennes

 En moyennant la fonction perturbatrice sur les longitudes moyennes du satellite et des planètes on obtient :

$$\begin{split} \langle R_2 \rangle_{M,\lambda_1,\lambda_2} &= -\frac{GM_2}{4} (1 + \frac{3}{2} e^2) \frac{a^2}{a_2^2} b_{\frac{3}{2}}^{(0)} \\ &+ \frac{15GM_2}{8} \frac{a^2}{a_2^5} e^2 \left[\frac{1}{4} (a_1^2 + a_2^2) b_{\frac{5}{2}}^{(0)} - \frac{1}{2} a_1 a_2 b_{\frac{5}{2}}^{(1)} \right] \cos(2\omega) \sin^2(I) \\ &+ \frac{3GM_2}{4} \frac{a^2}{a_2^5} (1 + \frac{3}{2} e^2) \left[\frac{1}{4} (a_1^2 + a_2^2) b_{\frac{5}{2}}^{(0)} - \frac{1}{2} a_1 a_2 b_{\frac{5}{2}}^{(1)} \right] [1 + \cos^2(I)] \end{split}$$

• Expression qu'on peut comparer à la perturbation "Kozaï" séculaire classique causée par le Soleil :

$$\langle R_{\odot} \rangle_{M,M_{\odot}} = \frac{GM_{\odot}a^{2}}{a^{3}_{\odot}} \left[\frac{1}{8} \left(1 + \frac{3}{2}e^{2} \right) (3\cos^{2}(I) - 1) + \frac{15}{16}e^{2}\sin^{2}(I)\cos(2\omega) \right]$$
(2)

| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspectives |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|-----------------------------|
| 00000 000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 000 | 000 |

Moyennisation sur les longitudes moyennes

 En moyennant la fonction perturbatrice sur les longitudes moyennes du satellite et des planètes on obtient :

$$\begin{split} \langle R_2 \rangle_{M,\lambda_1,\lambda_2} &= -\frac{GM_2}{4} (1 + \frac{3}{2} e^2) \frac{a^2}{a_2^2} b_{\frac{3}{2}}^{(0)} \\ &+ \frac{15GM_2}{8} \frac{a^2}{a_2^5} e^2 \left[\frac{1}{4} (a_1^2 + a_2^2) b_{\frac{5}{2}}^{(0)} - \frac{1}{2} a_1 a_2 b_{\frac{5}{2}}^{(1)} \right] \cos(2\omega) \sin^2(I) \\ &+ \frac{3GM_2}{4} \frac{a^2}{a_2^5} (1 + \frac{3}{2} e^2) \left[\frac{1}{4} (a_1^2 + a_2^2) b_{\frac{5}{2}}^{(0)} - \frac{1}{2} a_1 a_2 b_{\frac{5}{2}}^{(1)} \right] [1 + \cos^2(I)] \end{split}$$

• Expression qu'on peut comparer à la perturbation "Kozaï" séculaire classique causée par le Soleil :

$$\langle R_{\odot} \rangle_{M,M_{\odot}} = \frac{GM_{\odot}a^{2}}{a_{\odot}^{3}} \left[\frac{1}{8} \left(1 + \frac{3}{2}e^{2} \right) (3\cos^{2}(I) - 1) + \frac{15}{16}e^{2}\sin^{2}(I)\cos(2\omega) \right]$$
(2)

| Présentation des satellites Evolution orbitale à long terme des satellites Cartes | de stabili |
|---|--------------|
| 0000 0000 0000 000 0000 0000 000 000 00 | 000000 00 |

Modèle séculaire .00

Exemple Satellite terrestre fictif

- Satellite terrestre perturbé par Jupiter. Comparaison avec une intégration numérique.
- Conditions initiales : a = 0.025 UA, e = 0.3 et $I = 30^{\circ}$; les angles initiaux sont pris égaux à zéro



| Présentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspe |
|-----------------------------|--|----------------------------|------------------|-----------------------|
| 00000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 | 000 |

Exemple

Satellite irrégulier rétrograde de Jupiter : Carme

- Intégration séculaire de R_{\odot} (perturbation Kozaï : Ćuk & Burns 2004) avec et sans R_2 , puis analyse en fréquence de g et s
- Fréquences obtenues en "/an :

| | Kozaï seul | Kozaï + <i>R</i> 2 | Δf |
|---|------------|--------------------|------------|
| g | -1239.355 | -1240.503 | 1.148 |
| 5 | 14174.926 | 14176.382 | 1.456 |

- Décalage de phase de π : \sim 500.000 ans, typique des satellites irréguliers joviens

| résentation des satellites | Évolution orbitale à long terme des satellites | Cartes de stabilité | Modèle séculaire | Conclusions et perspectives |
|----------------------------|--|----------------------------|------------------|-----------------------------|
| 0000 | 0000 0000 000 | 0000000000 000 00000 | 0000 000 | 000 |

Développement analytique des perturbations planétaires directes Résumé

- Calcul de l'influence séculaire de Saturne sur les satellites irréguliers
- Premier pas dans l'étude de ce type de perturbations
- Développement complet de la fonction perturbatrice donnant accès à la dynamique complète de la perturbation
 - exemple : satellites de l'astéroïde *Sylvia* dans une résonance d'évection $(\phi_r = \varpi \lambda_{jup})$ quand l'aplatissement de *Sylvia* n'est pas pris en compte (Winter *et al.* 2009)

olution orbitale à long terme des satellites

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives •00

Conclusions

• Étude de la dynamique des satellites irréguliers de Jupiter

- la majorité des satellites possède des orbites chaotiques
- forte instabilité de la famille Pasiphae et des satellites les plus éloignés
- présence de commensurabilitées impliquant la Grande Inégalité dans ou très proche des familles rétrogrades Ananke, Carme et Pasiphae, comme du groupe prograde
- Développement d'un modèle analytique et étude numérique de la résonance d'évection → dynamique plus conforme à la réalité et meilleure localisation de la résonance
- Développement d'un modèle analytique des perturbations directes des planètes géantes → premier pas dans l'étude de ces perturbations

olution orbitale à long terme des satellites 000 000 Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives OOO

Perspectives

• Résonances importantes déterminées mais... quelles sont leur évolution pendant la période de migration des planètes?

- Influence des satellites galiléens sur les satellites irréguliers :
 - possibilité de résonances séculaires?
 - explication de la zone vide entre satellites galiléens et irréguliers? (Haghighipour & Jewitt 2008)
- Modèle analytique des perturbations directes des planètes :
 - introduction des excentricités et inclinaisons des planètes
 - application à des satellites d'astéroïdes et satellites d'exoplanètes

olution orbitale à long terme des satellites 000 000 Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives OOO

Perspectives

- Résonances importantes déterminées mais... quelles sont leur évolution pendant la période de migration des planètes?
- Influence des satellites galiléens sur les satellites irréguliers :
 - possibilité de résonances séculaires?
 - explication de la zone vide entre satellites galiléens et irréguliers? (Haghighipour & Jewitt 2008)
- Modèle analytique des perturbations directes des planètes :
 - introduction des excentricités et inclinaisons des planètes
 - application à des satellites d'astéroïdes et satellites d'exoplanètes

olution orbitale à long terme des satellites

Cartes de stabilité 0000000000 000 00000 Modèle séculaire 0000 000 Conclusions et perspectives OOO

Perspectives

- Résonances importantes déterminées mais... quelles sont leur évolution pendant la période de migration des planètes?
- Influence des satellites galiléens sur les satellites irréguliers :
 - possibilité de résonances séculaires?
 - explication de la zone vide entre satellites galiléens et irréguliers? (Haghighipour & Jewitt 2008)
- Modèle analytique des perturbations directes des planètes :
 - introduction des excentricités et inclinaisons des planètes
 - application à des satellites d'astéroïdes et satellites d'exoplanètes

