Table des matières

Lexique

1 Logique et raisonnement 1

2 Les ensembles : notions de base 33

3 Rudiments de calcul matriciel et résolution de systèmes d'équations linéaires 51

4 Les nombres complexes 121

5 Étude de fonctions 163

6 Géométrie analytique plane 227

7 Trigonométrie 261

Chapitre 1

Logique et raisonnement

Sommaire

1. Logique des propositions 3

1.1 Principes de base 3

1.2 Les tables de vérité 4

1.3 Opérateurs logiques fondamentaux 6

1.4 Autres opérateurs logiques 8

1.5 Propriétés des opérateurs logiques fondamentaux : lois d'équivalence 12

1.6 Utilisation des opérateurs logiques fondamentaux pour exprimer les autres opérateurs 14

1.7 Exercices résolus : énoncés 14

1.8 Exercices résolus : solutions 16

1.9 Exercices non résolus 20

2. Logique des prédicats 22

2.1 Définition des quantificateurs 22

2.2 Négation des quantificateurs universel et existentiel 23

2.3 Quelques exemples de traduction 23

2.4 Notion de variable liée — Conventions de terminologie 25

2.5 Utilisation des quantificateurs en cascade 27

2.6 Propriétés des quantificateurs en relation avec $\wedge$ et $\vee$ 29

2.7 Exercices résolus : énoncés 30

2.8 Exercices résolus : solutions 31

Chapitre 2

Les ensembles : notions de base

Sommaire

1. Qu'est-ce qu'un ensemble ? 35

2. Comment décrit-on un ensemble ? 35

3. Appartenance et inclusion 37

4. Opérations sur les ensembles 38

4.1 L'union, l'intersection, la complémentarisation 39

4.2 La différence et la différence symétrique 43

5. Exercices résolus : énoncés 44

6. Exercices résolus : solutions 45

7. Exercices non résolus 48

Chapitre 3

Rudiments de calcul matriciel et résolution de systèmes d'équations linéaires

Sommaire

1. Le symbole $\sum$ 53

1.1 Exemple introductif 53

1.2 Définition 54

1.3 Exemples d'utilisation du symbole $\sum$ 54

1.4 Propriétés du symbole $\sum$ 56

1.5 Exercices non résolus 58

2. Calcul matriciel 60

2.1 Définitions et conventions 61

2.2 Opérations matricielles 67

2.3 Calcul matriciel 72

2.4 Le déterminant d'une matrice carrée 76

2.5 Inverse d'une matrice carrée 85

2.6 Exercices non résolus 88

3. Résolution de systèmes d'équations linéaires 94

3.1 Définition 94

3.2 Une technique de résolution 95

3.3 Nombre de solutions d'un système d'équations linéaires . . . 105

3.4 Exercices non résolus 106

4. Utilisation des matrices dans les systèmes d'équations linéaires 110

4.1 Écriture matricielle d'un système d'équations linéaires 110

4.2 Cas d'un système carré 111

4.3 Cas d'un système homogène 113

4.4 Cas d'un système quelconque 114

4.5 Exercices non résolus 117

Chapitre 4

Les nombres complexes

Sommaire

1. Introduction 123

2. Définitions 124

3. Représentation géométrique et forme trigonométrique . . 126

3.1 Représentation géométrique d'un nombre complexe 126

3.2 Module d'un nombre complexe 127

3.3 Argument d'un nombre complexe 128

3.4 Exemples 130

4. Addition et multiplication des nombres complexes 133

4.1 Définitions 133

4.2 Propriétés de l'addition dans $\mathbb{C}$ 135

4.3 Propriétés de la multiplication dans $\mathbb{C}$ 135

4.4 Propriétés du module 138

4.5 Corps des complexes 140

4.6 Exemples d'utilisation des opérations dans $\mathbb{C}$ 140

5. Forme exponentielle des nombres complexes 143

5.1 L'expression $e^{i\theta}$ ($\theta \in \mathbb{R}$) 143

5.2 Les trois formes d'un nombre complexe 144

5.3 Utilité de la forme exponentielle 144

6. Racine carrée d'un nombre complexe 148

7. Résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) 153

8. Exercices 154

9. Solutions des exercices 158

Chapitre 5

Étude de fonctions

Sommaire

1. Généralités sur les fonctions 165

1.1 Valeur absolue 165

1.2 Correspondance 166

1.3 Fonction 166

1.4 Composée de fonctions 166

1.5 Fonction réciproque 166

1.6 Fonction monotone 167

1.7 Parité 168

1.8 Périodicité 168

1.9 Les fonctions du deuxième degré 168

1.10 Les fonctions trigonométriques et cyclométriques 171

1.11 Les fonctions exponentielles et logarithmes 179

1.12 Les fonctions puissances 181

1.13 Les fonctions polynomiales 182

1.14 Graphes déduits 183

2. Limites et continuité 184

2.1 Point adhérent 184

2.2 Les limites et asymptotes 184

3. Continuité des fonctions réelles d'une variable réelle 193

3.1 Continuité en un point 193

3.2 Continuité à droite et à gauche 193

3.3 Opérations algébriques sur les fonctions continues 195

3.4 Continuité sur un intervalle 195

4. Dérivabilité 196

4.1 Définition 196

4.2 Interprétation géométrique du nombre dérivé 197

4.3 Formules de dérivation 197

4.4 Table des dérivées 198

4.5 Synthèse : étude de fonction 199

4.6 Exercices 202

5. Calcul intégral 207

5.1 Introduction 207

5.2 Primitivation et intégrale indéfinie 208

5.3 Intégrale définie 216

5.4 Exercices 220

Chapitre 6

Géométrie analytique plane

Sommaire

1. Les droites 229

1.1 Équation cartésienne d'une droite 229

1.2 Équations paramétriques d'une droite 232

1.3 Parallélisme de droites 234

1.4 Condition de perpendicularité de deux droites distinctes des axes de coordonnées 235

1.5 Quelques problèmes sur la droite 236

1.6 Exercices 240

2. Les coniques 242

2.1 Le cercle 242

2.2 L'ellipse 248

2.3 L'hyperbole 252

2.4 La parabole 256

2.5 Exercices 258

Chapitre 7

Trigonométrie

Sommaire

1. Définition des angles 263

2. Le plan pointé et orienté 264

3. Le cercle trigonométrique – Les nombres trigonométriques d'un angle 265

4. Quelques propriétés des nombres trigonométriques d'un angle 267

5. Relations entre $\sin\alpha$ **,** $\cos\alpha$ **,** $\operatorname{tg}\alpha$ **et** $\operatorname{ctg}\alpha$ **. 274**

6. Multidétermination des angles 276

7. Formulaire de trigonométrie 277

8. Les équations trigonométriques élémentaires 279

8.1 Solution de $\sin ax = b$ 279

8.2 Solution de $\cos ax = b$ 281

8.3 Solution de $\operatorname{tg} ax = b$ 282

9. Les équations trigonométriques fondamentales 283

9.1 Solution de $\sin ax = \sin bx$ 283

9.2 Solution de $\cos ax = \cos bx$ 283

9.3 Solution de $\sin ax = \cos bx$ 284

9.4 Solution de $\operatorname{tg} ax = \operatorname{tg} bx$ 284

10. Équations qui peuvent se ramener à une équation du second degré 285

11. Équations trigonométriques du type $a\sin x + b\cos x = c$ **. . . 286**

12. Les triangles rectangles 287

13. Les triangles quelconques 288
14. Similitude des triangles 289
14.1 Définition 289
14.2 Cas de similitude des triangles 291
15. Exercices 292